

Numerik für Differenzialgleichungen (Praktikum)

Sommersemester 2017

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. S. Bartels

M.Sc. S. Hertzog

Informationen und aktuelle Hinweise zur Vorlesung finden Sie im Internet unter
<https://aam.uni-freiburg.de/agba/lehre/ss17/ndgln>.

Übungsblatt 1

Aufgabe 1.1. (4 Punkte) In MATLAB lassen sich Differenzialgleichungen approximativ mit der Routine `ode45` lösen. Im Fall des Systems $y' = f(t, y)$ im Intervall $[0, T]$ mit Anfangsbedingung $y(0) = y_0$ ist dies für die Abbildung $f(t, y) = Ay$ im unten abgebildeten MATLAB-Programm realisiert. Die Routine `ode45` liefert dabei eine Liste `t_vec` von Zeitpunkten $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_N = T$ und eine Matrix `y_vec` mit zugehörigen Approximationen $\tilde{y}(t_i)$ der exakten Lösungswerte $y(t_i)$ zu den Zeitpunkten t_i , $i = 0, 1, \dots, N$. Modifizieren Sie das Programm `test_ode.m`, um folgende Anfangswertprobleme approximativ zu lösen und die Approximationslösungen grafisch darzustellen:

(i) das Anfangswertproblem des Räuber-Beute-Modells

$$y_1' = \alpha y_1(1 - y_2), \quad y_2' = \beta y_2(y_1 - 1)$$

im Intervall $[0, T]$ mit $T = 10$ sowie $\alpha = 2$, $\beta = 1$ und den Anfangsbedingungen $y_1(0) = 3$ und $y_2(0) = 1$;

(ii) das Anfangswertproblem des Federpendels

$$my'' + ry' + D(y - \ell) = 0$$

im Intervall $[0, T]$ mit $T = 10$ und $m = 1$, $D = 1$, $\ell = 1$ und verschiedenen Werten $r \in \{0, 0.3, 1\}$ sowie den Anfangsbedingungen $y(0) = \ell$ und $y'(0) = 1$;

(iii) das Anfangswertproblem des ungedämpften Fadenpendels

$$y'' = -(g/\ell) \sin(y)$$

im Intervall $[0, 10]$ mit $g = 1$, $\ell = 1$ und den Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ sowie $y'(0) = 1$;

(iv) das Anfangswertproblem

$$y'' - Ny' - (N + 1)y = 0$$

im Intervall $[0, 1]$ mit Anfangsbedingungen $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$, dessen exakte Lösung durch $y(t) = e^{-t}$ gegeben ist, für $N = 1, 2, 10$ und kleine Störungen der Anfangsbedingung $y(0) = 1$.

```
function test_ode
T = 1; y_0 = [1, 2];
[t_vec, y_vec] = ode45(@f, [0, T], y_0);
plot(t_vec, y_vec(:, 1), '-r'); hold on;
plot(t_vec, y_vec(:, 2), '-b'); hold off;

function dy = f(t, y)
A = [-2, 0; 0, -5]; dy = A*y;
```

Abgabe: Per Email an den Tutor bis spätestens Freitag, den 12. Mai 2017.